Індивідуальне завдання №7

**Метод Крилова**

На основі властивості квадратної матриці перетворювати на нуль свій характеристичний многочлен. Згідно тотожності Гамільтона-Келі, всяка квадратна матриця є коренем свого характеристичного многочлена і відповідно, звертає його в нуль.

Нехай ,

D(α) = det(A-ƛE) = ƛn + p1ƛn-1 + p2ƛn-2 + pn (1)

характеристичний многочленматриці А.

Замінюючи в рівності (1) ƛ на матрицю А отримаємо:

An + p1An-1 + p2An-2 + pnE = 0 (2)

Візьмемо довільний вектор:

(3)

Помножимо обидві частини рівняння (2) з права на y0 :

Any0 + p1An-1y0 + p2An-2 + pny0 = 0 (4)

Позначимо матрицю А:

Ayk-1 = yk (k = 1, 2 , …, n)

Тобто, y1 = Ay0 ; y2 = Ay1 = A2y0 ; … yn = Ayn-1 = Any0

Після цього рівняння (4) :

yn + p1yn-1 + p2yn-2 + … + pny0 = 0 (5)

або

p1yn-1 + p2yn-2 + … + pny0 = - yn

Вматричному вигляді:

p1 + p2 + … + pn = -

Лінійна система:

p1y1n-1 + p2y1n-2 + … + pny10 = -y1n

p1y2n-1 + p2y2n-2 + … + pny20 = -y2n  (6)

…

p1ynn-1 + p2ynn-2 + … + pnyn0 = -ynn

Вматричному вигляді:

(7)

Координати початкового вектора у0 беруться довільно, якщо лінійна система (6) має єдине рішення, то корні р1 …рn являються коефіцієнтами многочлена. Рішення цієї системи може бути знайдено методом Гауса.

, (8)

де коефіцієнти можна обчислити за формулами:

 (9)

**Рішення:**

**Задана матриця:**

**Виберемо початковий вектор:**

**Прямий хід:**

38 3 1 -95

-45 -1 -1 23

-1 5 0 -213

Ділимо рядок 1 на 38

Помножимо рядок 1 на 45 і додамо цей рядок до 2

Помножимо рядок 1 на 1 і додамо цей рядок до 3

1 0.0789474 0.0263158 -2.5

0 2.55263 0.184211 -89.5

0 5.07895 0.0263158 -215.5

Ділимо рядок 2 на 2.55263

Помножимо рядок 2 на -5.07895 і додамо цей рядок до рядка 3

1 0.0789474 0.0263158 -2.5

0 1 0.0721649 -35.0619

0 0 -0.340206 -37.4227

Ділимо рядок 3 на -0.340206

Трикутна матриця

1 0.0789474 0.0263158 -2.5

0 1 0.0721649 -35.0619

0 1 1 1 0

Характеристичний многочлен

(110\*x^0)+(-43\*x^1)+(-2\*x^2)+(1\*x^3)

Власні значення

x1 = -6.76304

x2 = 2.66896

x3 = 6.09409

Коефіцієнти Горнера

1 1 1

-8.76304 0.668959 4.09409

16.2649 -41.2146 -18.0503

Власні значення

27.9757 -1.2077 32.232

-52.5018 -4.45438 -31.0438

-44.8152 2.34479 19.4704

**Протокол рішення в Scilab:**

disp('Метод Крылова нахождения собственных значений и векторов')

A= [5 2 5;

-2 -1 -8;

2 -3 -2]

disp(A,'Исходная матрица:')

y0= [1; -1; 0]

y1=A\*y0

y2=A\*y1

y3=A\*y2

z=[y0 y1 y2 y3]

disp(z,' y0 y1 y2 y3','Найденные вектора:')

o=[0; 0; 0]

g=[y2 y1 y0 o -y3]

disp(g,'Матричное уравнение:')

G=[y2 y1 y0]

disp('Находим собственные значения:')

P=-G\y3

disp(P,'P=')

p1=poly([P(3) P(2) P(1) 1],'x','c')

disp(p1)

r=roots(p1)

disp(r)

q=[1;1;1]

disp('Находим собственные вектора:')

for i=1:size(A,'r')

q(1,i+1)=r(1)\*q(1,i)-P(i)

q(2,i+1)=r(2)\*q(2,i)-P(i)

q(3,i+1)=r(3)\*q(3,i)-P(i)

end

disp(q,'q=')

x1=poly([q(1,4) q(1,3) q(1,2) q(1,1)], 'x', 'c')

x2=poly([q(2,4) q(2,3) q(2,2) q(2,1)], 'x', 'c')

x3=poly([q(3,4) q(3,3) q(3,2) q(3,1)], 'x', 'c')

disp(roots(x3),'x3=',roots(x2),'x2=',roots(x1),'x1=');

**Виведеня в консолі:**

-->

Метод Крылова нахождения собственных значений и векторов

A =

5. 2. 5.

-2. -1. -8.

2. -3. -2.

Исходная матрица:

5. 2. 5.

-2. -1. -8.

2. -3. -2.

y0 =

1.

-1.

0.

y1 =

3.

-1.

5.

y2 =

38.

-45.

-1.

y3 =

95.

-23.

213.

z =

1. 3. 38. 95.

-1. -1. -45. -23.

0. 5. -1. 213.

Найденные вектора:

y0 y1 y2 y3

1. 3. 38. 95.

-1. -1. -45. -23.

0. 5. -1. 213.

o =

0.

0.

0.

g =

38. 3. 1. 0. -95.

-45. -1. -1. 0. 23.

-1. 5. 0. 0. -213.

Матричное уравнение:

38. 3. 1. 0. -95.

-45. -1. -1. 0. 23.

-1. 5. 0. 0. -213.

G =

38. 3. 1.

-45. -1. -1.

-1. 5. 0.

Находим собственные значения:

P =

-2.

-43.

110.

P=

-2.

-43.

110.

r =

-6.7630447

6.0940861

2.6689586

-6.7630447

6.0940861

2.6689586

q =

1.

1.

1.

Находим собственные вектора:

q =

1. -4.7630447

1. 0.

1. 0.

q =

1. -4.7630447

1. 8.0940861

1. 0.

q =

1. -4.7630447

1. 8.0940861

1. 4.6689586

q =

1. -4.7630447 75.212685

1. 8.0940861 0.

1. 4.6689586 0.

q =

1. -4.7630447 75.212685

1. 8.0940861 92.326058

1. 4.6689586 0.

q =

1. -4.7630447 75.212685

1. 8.0940861 92.326058

1. 4.6689586 55.461257

q =

1. -4.7630447 75.212685 -618.66675

1. 8.0940861 92.326058 0.

1. 4.6689586 55.461257 0.

q =

1. -4.7630447 75.212685 -618.66675

1. 8.0940861 92.326058 452.64295

1. 4.6689586 55.461257 0.

q =

1. -4.7630447 75.212685 -618.66675

1. 8.0940861 92.326058 452.64295

1. 4.6689586 55.461257 38.023799

q=

1. -4.7630447 75.212685 -618.66675

1. 8.0940861 92.326058 452.64295

1. 4.6689586 55.461257 38.023799

x1=

-1.0617675 + 9.4185576i

-1.0617675 - 9.4185576i

6.8865797

x2=

-1.1757565 + 8.7999954i

-1.1757565 - 8.7999954i

-5.7425731 - 2.900D-16i

x3=

-1.9730989 + 6.9796834i

-1.9730989 - 6.9796834i

-0.7227609

**Висновок:**

Можна помітити, що при знаходженні відповідей рішення системи є невеликі розбіжності. Тому, що рахуючи вручну, ми використовуємо ε = 0,001 (припустиме наближення).

Література:

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. Пособие для вузов М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. – 432 с.

2. <http://www.mathros.net.ua/znahodzhennja-vlasnyh-znachen-matryci-za-metodom-krylova.html> 23.11.17.

3. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с. (Укр. мов.) ст 68-73